

CdL in Fisica - A.A. 2008-2009
Compito di Analisi Matematica 2

8 ottobre 2009

PARTE A

Esercizio 1

Data la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{e^x}{1+y^2} dx + \left(2x - \frac{2ye^x}{(1+y^2)^2} \right) dy,$$

calcolare $\int_{\gamma} \omega ds$ dove γ è la circonferenza di centro l'origine e raggio uno.

Esercizio 2

Dato il sistema autonomo

$$\begin{cases} x' = 3y - x(x^2 + y^2) \\ y' = -3x - y(x^2 + y^2) \end{cases}$$

Verificare che l'origine è un punto critico per il sistema e classificare la natura di tale punto.

Esercizio 3

Studiare la convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{e^{nx}}{1 + e^{2nx}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

PARTE B

Esercizio 1

Definire

- (i) la nozione di superficie in forma parametrica;
- (ii) la nozione di orientazione;
- (iii) la nozione di flusso di un campo vettoriale lungo una superficie.

Esercizio 2

Enunciare il teorema del Dini per funzioni $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, A aperto di \mathbb{R}^2 .

Esercizio 3

Enunciare e dimostrare la condizione dei moltiplicatori di Lagrange nel problema della ricerca dei massimi e minimi vincolati per funzioni $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, A aperto di \mathbb{R}^2 . Tale condizione è necessaria o sufficiente?