CdL in Fisica - A.A. 2008-2009
Compito di Analisi Matematica 2

23 gennaio 2009

Esercizio 1

Sia A la parte di cilindro di equazione $x^2 + y^2 = 4$ delimitata dal piano $z = 0$ e dalla superficie $z = 1 + \sqrt[4]{x^2 + y^2}$. Sia

$$f(x, y, z) = (z - 1)^2(1 + \sqrt{x^2 + y^2}).$$

1. Determinare i punti critici di f interni ad A e la loro natura.
2. Determinare $\max f$ e $\min f$ in $\bar{A}$ e dove tali valori vengono assunti.

Esercizio 2

Sia Σ la superficie di $\mathbb{R}^3$ che si ottiene ruotando di un giro completo intorno all'asse x la curva γ di equazione $y = \sqrt{8 - x^3}$ con $x \in [0, 2]$.

Calcolare il flusso di

$$\vec{F}(x, y, z) = (e^{x^2}, y(\sin z - xe^{x^2}), \cos z - zxe^{x^2})$$

attraverso la superficie Σ .

Esercizio 3

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale, totale ed uniforme della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n^2} \frac{e^{nx}}{1 + e^{nx}}, \quad x \in A = [0, +\infty[.$$

Esercizio 4

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sqrt{|y|} - \sin \sqrt{|y|} \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

1. Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ si ha esistenza e unicità di una soluzione locale.
2. Determinare le zone di crescita e decrescita della soluzione.
3. Stabilire se le soluzioni ammettono qualche simmetria.
4. Determinare gli eventuali asintoti della soluzione.
5. Stabilire per quali valori di α la soluzione è globalmente definita.
6. Tracciare un grafico approssimativo delle soluzioni al variare di α .