

CdL in Fisica - A.A. 2008-2009
II parziale di Analisi Matematica 2
20 gennaio 2009

Esercizio 1

Calcolare il flusso del rotore del campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (xy^3z^2e^z, (2-z)x^3, z-1)$$

uscente attraverso la superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = z^2, 0 \leq z \leq 1\}.$$

Esercizio 2

Data la successione di funzione

$$f_n(x) = (-1)^n \frac{\sqrt[n]{x} - 1}{x + 1}, \quad x \in A = [0, +\infty[.$$

2A) Studiare convergenza puntuale e uniforme della successione f_n in A .

2B) Studiare convergenza puntuale, uniforme e totale della serie $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$.

(*Suggerimento: ricordarsi che $\sqrt[n]{x} - 1 = e^{\frac{\log x}{n}} - 1$).*)

Esercizio 3

Studiare problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y-1)^{1/2} \\ y(0) = 2, \end{cases}$$

stabilendo in particolare se c'è esistenza e unicità locale. Determinare poi la soluzione e l'intervallo massimale di esistenza.

Esercizio 4

Dato il seguente sistema autonomo

$$\begin{cases} x' = -y - x^3 \\ y' = x - y^3 \end{cases}$$

4A) Verificare che l'origine è l'unico punto critico.

4B) Studiare la stabilità dell'origine facendo uso del Teorema di Linearizzazione.

4C) Costruire una funzione di Liapunov per il sistema traendone le opportune conseguenze riguardo alla stabilità dell'origine.

4D) Disegnare approssimativamente le orbite in un intorno dell'origine (si consiglia di usare le coordinate polari).