CdL in Fisica - A.A. 2008-2009

I parziale di Analisi Matematica 2

19 novembre 2008

Esercizio 1

Sia Σ la parte del paraboloide $z = 1 - x^2 - y^2$ contenuta nel cilindro $x^2 + y^2 - 2x = 0$ e nel semispazio $z \geq 0$. Calcolare

$$\int_\Sigma \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} \frac{1}{\sqrt{1+4x^2+4y^2}} d\sigma.$$

Esercizio 2

Sia

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2,\ y^2 \leq (-x^2+2x)^2\}.$$

Trovare massimo e minimo assoluto di $f(x,y) = x^2 - y^2 - 2x + 1$ su E.

Esercizio 3

Calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove

$$\omega(x,y,z) = \frac{z(x-1)}{\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}} dx + \frac{z(y-1)}{\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}} dy + (\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2} + z^2) dz$$

e γ è la curva di parametrizzazione

$$\gamma(t) = (e^t, \cos t, \log(1+\sin t)), \qquad t \in [0, 2\pi].$$

Esercizio 4

Sia Γ il luogo di punti $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ che verificano le condizioni

$$\begin{cases} -x^2 + \arctan z + y e^x = 0 \\ (z+y)\sin(z+y) + \log(1+x+y) + e^{xy} = 1. \end{cases}$$

Verificare che si può scrivere Γ, in un intorno dell'origine, nella forma $x = x(y),\ z = z(y)$ ed esprimere tale parametrizzazione al primo ed al secondo ordine nell'intorno di $y = 0$. Si scriva l'equazione del piano normale alla curva $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = t$.