CdL in Fisica - A.A. 2014-2015

Compito di Analisi Matematica 2

30 gennaio 2015

Esercizio 1

Studiare la continuità, l'esistenza di derivate parziali e la differenziabilità in $\mathbb{R}^2$ della seguente funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} (x-y)\log(1+xy) & x \neq y \\ 0 & x = y \end{cases}$$

Esercizio 2

Dato il campo vettoriale

$$F(x,y,z) = \left(4x^3\cos(x^4+y^4)\sqrt{z}, 4y^3\cos(x^4+y^4)\sqrt{z}, \frac{1}{2\sqrt{z}}\sin(x^4+y^4) + e^{xz}\right)$$

calcolare il lavoro compiuto dal campo F sulla curva γ di parametrizzazione

$$r(t) = (\cos t, \sin t, 1) \qquad 0 \leq t \leq \pi.$$

Esercizio 3

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale, totale e uniforme della seguente serie di funzioni,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-e^{x-1})^n}{n} \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 4

Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = \frac{1}{4}\frac{(y-1)^2}{t^2+1}.$$

4a) Risolvere il problema di Cauchy con $y(0) = 0$.

4b) Risolvere il problema di Cauchy con $y(0) = 1$.

4c) Dimostrare che tutte le soluzioni non costanti dell'equazione non presentano punti di massimo o di minimo relativo.