CdL in Matematica - A.A. 2016-2017

Compito di Analisi Matematica B

4 luglio 2017

Esercizio 1

Determinare i massimi e minimi relativi ed assoluti della funzione $f(x,y) = 3x + y$ sull'insieme

$$\begin{aligned} A = &\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0,\ y \geq 0,\ x^2 + y^2 \leq 1\} \\ &\cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \geq 0,\ y - x \leq 1\} \\ &\cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq 0,\ x^2 + 4y^2 \leq 1\}. \end{aligned}$$

Esercizio 2

Data la forma differenziale

$$\omega(x,y,z) = \frac{x}{\sqrt{x^2+z^2}}dx + \frac{1}{y-1}dy + \frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}}dz,$$

calcolare l'integrale $\int_\gamma \omega ds$ dove γ è una curva nel semipiano $y > 1$ che, partendo da $(0,2,0)$ gira tre volte attorno all'asse y e poi si ferma in $(0,4,0)$.

Esercizio 3

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni,

$$f_n(x) = \log\left(1 + \frac{3^{2n}x^{2n}}{3^{3n}}\right), \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 4

Verificare che la seguente equazione

$$f(x,y,z) = \log(1 + x + z) + \sin(x + y) + e^{y+z} - 1 = 0,$$

definisce in un intorno di $(0,0,0)$ un'unica funzione $z = g(x,y)$. Scrivere la matrice Hessiana di $g(x,y)$ in $(0,0)$. Il punto $(0,0)$ è di massimo o di minimo per la funzione $z = g(x,y)$?