CdL in Fisica - A.A. 2016-2017

Compito di Analisi Matematica 2

16 febbraio 2017

Esercizio 1

Dato il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2+1)te^{t^2} \\ y(0) = 0, \end{cases}$$

1a) stabilire se si ha esistenza ed unicità di soluzione,

2a) risolvere il problema di Cauchy,

3a) trovare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

Esercizio 2

Determinare i massimi e minimi relativi ed assoluti della funzione $f(x,y,z) = ze^{x^2+y^2}$ sull'insieme

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 \geq x^2+y^2,\ z \geq 0\} \cap \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2-z \geq x^2+y^2,\ z \geq 0\}.$$

Esercizio 3

Dato il campo vettoriale

$$F(x,y,z) = \left(\frac{x}{x^2+z^2}, z^2\cos y + 1, \frac{z}{x^2+z^2} + 2z\sin y \right),$$

stabilire se esso è conservativo e calcolare l'integrale del campo sulla curva γ che, partendo da $(0,0,3)$ gira 2017 volte attorno all'asse z, mantenendosi ad altezza $z \geq 3$ e poi ritorna in $(0,0,3)$.

Esercizio 4

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale totale ed uniforme della seguente serie di funzioni,

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n^2+2n)x^4 \left(\frac{x^2}{x^2+2} \right)^n, \qquad x \in \mathbb{R}.$$