CdL in Matematica - A.A. 2016-2017

Compito di Analisi Matematica B

16 febbraio 2017

Esercizio 1

Determinare i massimi e minimi relativi ed assoluti della funzione $f(x, y, z) = ze^{x^2+y^2}$ sull'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 \geq x^2 + y^2,\ z \geq 0\} \cap \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2 - z \geq x^2 + y^2,\ z \geq 0\}.$$

Esercizio 2

Dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left(\frac{x}{x^2 + z^2}, z^2 \cos y + 1, \frac{z}{x^2 + z^2} + 2z \sin y \right),$$

stabilire se esso è conservativo e calcolare l'integrale del campo sulla curva γ che, partendo da $(0, 0, 3)$ gira 2017 volte attorno all'asse z, mantenendosi ad altezza $z \geq 3$ e poi ritorna in $(0, 0, 3)$.

Esercizio 3

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni,

$$f_n(x) = (n^2 + 2n) \frac{x^{2n+4}}{(x^2 + 2)^n}, \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 4

Sia Γ il luogo di punti $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ che verificano le condizioni

$$\begin{cases} e^{x^2-y} + \arctan z + x \sin z = 1 \\ \sin(1 - e^x) + \log(1 + z^2) + e^{x^2-z} = 1 \end{cases}$$

Verificare che si può scrivere Γ, in un intorno dell'origine, nella forma $x = x(z),\ y = y(z)$ ed esprimere tale parametrizzazione al primo ed al secondo ordine nell'intorno di $(0, 0, 0)$.