CdL in Matematica - A.A. 2016-2017

Compito di Analisi Matematica B

18 luglio 2017

Esercizio 1

Sia Γ il luogo di punti $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ che verificano le condizioni

$$\begin{cases} \log(\cos z) + \arctan x + \sin(x + y) = 0 \\ e^{2x+y} + \cos(xy) - 2 + \sin(x - z) = 0 \end{cases}$$

Verificare che si può scrivere Γ , in un intorno dell'origine, nella forma $y = y(x)$, $z = z(x)$ ed esprimere tale parametrizzazione al primo ed al secondo ordine nell'intorno di $(0, 0, 0)$. Qual è il vettore direttore della retta tangente in $t = 0$ alla curva $x = t$, $y = y(t)$, $z = z(t)$?

Esercizio 2

Calcolare il flusso del campo vettoriale $F(x, y, z) = (x, y, z)$, attraverso la superficie Σ definita da

$$\Sigma = \{(x, y, z) \mid x + 2y + z = 2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}.$$

Esercizio 3

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni,

$$f_n(x) = \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{x^{2n}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 4

Determinare i punti della curva $2x^2 + 2y^2 = 1$ a minima distanza dal punto $(1, 1)$.