

CdL in Matematica - A.A. 2016-2017

Compito di Analisi Matematica B

24 gennaio 2017

Esercizio 1

Data la seguente funzione definita in \mathbb{R}^2 da

$$f(x, y) = |x - y| \log(1 + (x + y)^2),$$

- 1a) Dire se la funzione è continua in \mathbb{R}^2 .
- 1b) Studiare l'esistenza delle derivate parziali in \mathbb{R}^2 .
- 1c) Studiare la differenziabilità in \mathbb{R}^2 .

Esercizio 2

Dato il campo vettoriale $F(x, y, z) = (x, y, z)$, calcolare il flusso del campo F attraverso la superficie Σ e la circuitazione di F su $\partial^+\Sigma$, dove

$$\Sigma = \{(x, y, z) \mid x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 1, 0 \leq y \leq 1\}.$$

Esercizio 3

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni,

$$f_n(x) = \left(1 + nx^2 e^{-nx^2}\right)^n, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Dire in quali insiemi A vale la seguente identità

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_A f_n(x) dx = \int_A dx.$$

Esercizio 4

Dire se la seguente equazione

$$f(x, y, z) = e^{x^2+y^2} + \log \cos z + \sin(x + z) - 1 = 0,$$

definisce implicitamente in un intorno di $(0,0,0)$ una funzione $z = g(x, y)$. Determinare il piano tangente a g in $(0, 0)$ e la matrice Hessiana di g in $(0, 0)$. Il punto di $(0, 0)$ è di massimo o di minimo per g ?