

CdL in Matematica - A.A. 2016-2017

Compito di Analisi Matematica B

20 giugno 2017

Esercizio 1

Data la seguente funzione in $\mathbb{R}^2$ definita come

$$f(x, y) = \begin{cases} |x| \sin \frac{1}{y^2} & y \neq 0 \\ 0 & y = 0 \end{cases},$$

stabilire se la funzione è continua, ammette derivate parziali ed è differenziabile in $\mathbb{R}^2$.

Esercizio 2

Dato il campo vettoriale $F(x, y, z) = (xz, xy, xz)$, verificare il teorema di Stokes per la superficie Σ definita da

$$\Sigma = \{(x, y, z) \mid x + 2y + z = 2, \ x \geq 0, \ y \geq 0, \ z \geq 0\}.$$

Esercizio 3

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni,

$$f_n(x) = \arctan \left(x^n e^{-nx^2} \right), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 4

Dire in quali punti di $\mathbb{R}^2$ la seguente equazione

$$f(x, y) = 2y^4 - y^2 + x^2 = 0,$$

definisce implicitamente una funzione $y = g(x)$. In quali zone del piano la funzione g è crescente?