

Terzo Parziale
di
Analisi Matematica 2

10 gennaio 2017

Esercizio 1

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale, uniforme per la seguente successione di funzioni

$$f_n(x) = n^2 \cos(n^2 x) e^{-n^2 x}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 2

Dato il sistema autonomo

$$\begin{cases} x' = y + x(x^2 + y^2) \sin \frac{\pi}{x^2 + y^2} \\ y' = -x + y(x^2 + y^2) \sin \frac{\pi}{x^2 + y^2}, \end{cases}$$

verificare che $(0, 0)$ è un punto critico per il sistema e studiarne la stabilità.

Esercizio 3

Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2t}{t^2 - 1}(y - 1) \\ y(0) = \alpha \quad \alpha \in \mathbb{R}, \end{cases}$$

- (3a) Discutere l'esistenza e l'unicità locale della soluzione $y(t)$ per $t > 1$.
- (3b) Determinare per quali valori di α si hanno eventuali soluzioni stazionarie per $t > 1$.
- (3c) Determinare la soluzione e l'intervallo massimale di esistenza nel caso in cui $\alpha = 3$, $t > 1$.
- (3d) L'intervallo massimale del punto precedente, poteva essere dedotto a priori (cioè senza risolvere l'equazione)?