

**Esercizi di Analisi Matematica B e Analisi Matematica 2** (Donatelli)

*Sesta settimana - I Semestre*

**Esercizio 1**

Determinare la massa di una piastra circolare di raggio  $R$  se la sua densità in un punto qualunque è proporzionale alla distanza di questo punto dal centro ed è uguale a  $\delta$  sull'orlo della piastra.

**Esercizio 2**

Calcolare l'area del dominio di  $\mathbb{R}^2$

$$D = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, (x^2 + y^2)^3 \leq 4x^2y^2\}.$$

**Esercizio 3**

Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_S \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} dx dy$$

esteso al dominio  $S$ , limitato dall'ellisse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

**Esercizio 4**

Calcolare il volume del dominio  $V$ , dove  $V$  è il dominio limitato dalle superfici  $x^2 + y^2 + z^2 = 2Rz$ ,  $x^2 + y^2 = z^2$  e contiene il punto  $(0, 0, R)$ .

**Esercizio 5**

Calcolare l'integrale

$$\iint_A \frac{\sqrt{xy}}{x^2 + y^2} dx dy,$$

dove  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1\}$ .

**Esercizio 6**

Calcolare il volume del corpo compreso nella sfera  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  ed esterno al cono  $z^2 = x^2 + y^2$ .

**Esercizio 7**

Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{2x} \leq y \leq \frac{1}{x}, 2x^2 \leq y \leq 3x^2\}$  e sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x, y) = \frac{x^2}{y}$ .

Calcolare  $\iint_D f(x, y) dx dy$ .

## Esercizio 8

Calcolare

$$\iiint_G e^z dx dy dz \quad \text{e} \quad \iiint_G z \ln z dx dy dz$$

dove  $G$  è l'intersezione della palla unitaria con il cono

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq 0, x^2 + y^2 \leq 3z^2\}.$$

## Esercizio 9

Sia  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, 0 \leq x^2 + y^2 \leq z\}$  e sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x, y, z) = z/\sqrt{x^2 + y^2}$ . Calcolare  $\int_A f(x, y, z) dx dy dz$ .

## Esercizio 10

Calcolare l'integrale

$$\int \int_D \frac{2x + y}{x + 2y} (x^2 - y^2) dx dy$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x^2 - y^2 \leq 1, 1 < x + 2y < 3\}$ .

## Esercizio 11

Sia  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq z^2, z \geq 0, (x - 1)^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$  e sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x, y, z) = z$ . Calcolare  $\int_A f(x, y, z) dx dy dz$ .

## Esercizio 11

Data la funzione  $f(x, y) = e^{x^2}(\alpha x - y^3)$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ , si determini  $\alpha$  in modo tale che il piano tangente in  $(0, 1)$  sia perpendicolare alla retta  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = z$ .

## Esercizio 12

Data

$$f(x, y) = \begin{cases} |x|^\alpha \sin y & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

trovare per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $f$  è continua, ha derivate parziali ed è differenziabile.