CdL in Matematica e Fisica - A.A. 2016-2017

Esercizi di Analisi Matematica B e Analisi Matematica 2 (Donatelli)

Settima settimana - I Semestre

Esercizio 1

Sia $0 \leq a \leq 1$ e si consideri l'insieme di $\mathbb{R}^2$, $D(a) = \{(x, y) \mid x \geq 0,\ y \geq 0,\ xy \geq 9a^4,\ \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 4a\}$. Calcolare l'area di $D(a)$ e dire per quali valori di a tale area è massima.

Esercizio 2

Calcolare

$$\int_D \frac{x}{1+y} dxdy,$$

dove D è il cerchio unitario.

Esercizio 3

Calcolare

$$\int_{\partial S^+} xy^2 dx - (x+y)dy$$

dove $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, |y| \leq x\}$.

Esercizio 4

Calcolare

$$\iiint_V (x+y+z)^2 dxdydz$$

dove V é la parte comune del paraboloide $2az \geq x^2 + y^2$ $(a > 0)$ e della sfera $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3a^2$.

Esercizio 5

Calcolare l'area della seguente superfici di parametrizzazione $\vec{r}(u, v) = 2b \cos u\vec{\imath} + b \sin u\vec{\jmath} + v\vec{k}$ con $0 \leq z \leq x$ e $-\frac{\pi}{2} \leq u \leq \frac{\pi}{2}$.

Esercizio 6

Si calcoli l'area della frontiera dei seguenti insiemi

a) $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{2 - x^2 - y^2}, y \geq 0\}$;

b) $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq \min(1 + z, \sqrt{1 - z})\}$;

c) L'intersezione di due sfere di $\mathbb{R}^3$ di raggio 2 aventi centri a distanza 3.

Esercizio 7

Calcolare i seguenti integrali superficiali

a) $\displaystyle\int_\Sigma z d\sigma$, dove Σ è il grafico della funzione $z = xy$ sull'insieme $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{3}x\}$;

b) $\displaystyle\int_\Sigma y^2 d\sigma$, dove Σ è il grafico della funzione $z = \frac{x^2}{2} + y^2$ interno al cilindro $x^2 + y^2 \leq 4$.

Esercizio 8

Determinare l'area di quella parte di superficie cilindrica di equazione $x^2 + y^2 = 2y$ che si trova dentro la superficie sferica $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Esercizio 9

Calcolare l'area della seguente superficie cartesiana $z = \arctan \frac{x+y}{x-y}$ con $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tali che $x^2 + y^2 \leq 2$, $x \geq 0$, $y \leq 0$.

Esercizio 10

Determinare la carica elettrica totale sulla superficie

$$r(u, v) = (e^u \cos v, e^u \sin v, u), \quad 0 \leq u \leq 1,\ 0 \leq v \leq \pi$$

se la densità di carica sulla superficie è $\delta(x, y, z) = \sqrt{1 + e^z}$.