CdL in Matematica - A.A. 2016-2017

Esercizi di Analisi Matematica B (Donatelli)

Decima settimana - I Semestre

Esercizio 1

Tra i rettangoli di perimetro assegnato, determinare quelli di area massima.

Esercizio 2

Determinare la distanza minima che intercorre tra il punto $P = (-1, 0)$ e i punti della curva $y^2 = x^3$.

Esercizio 3

Sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4,\ x^2 + y^2 \leq 1\}$ e sia $f : A \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y, z) = x - y + 2z$. Calcolare $f(A)$.

Esercizio 4

Calcolare il massimo e il minimo assoluto per la funzione $f : A \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = x - y$ dove $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| \leq 3,\ |y| \leq 3,\ |x + y| \leq 4, |x - y| \leq 4\}$.

Esercizio 5

Data la funzione $f(x, y, z) = x+y+z$, determinare i suoi punti di massimo e di minimo relativo e assoluti sull'insieme $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0,\ y \geq 0,\ 0 \leq z \leq 1,\ (z - 1)^2 = x^2 + y^2\}$.

Esercizio 6

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \int_x^y e^{-t^2} dt$$

sapendo che $\int_{+\infty}^{-\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}$

(a) Dimostrare che f è di classe C^∞ e calcolarne l'estremo superiore e l'estremo inferiore su $\mathbb{R}^2$.

(b) Trovare i punti di massimo e minimo di f sul cerchio $\{x^2 + y^2 = 1\}$.

Esercizio 7

Data la funzione $f(x, y, z) = x+y+z$, determinare i suoi punti di massimo e di minimo relativo e assoluti sull'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0,\ (z - 1)^2 \geq x^2 + y^2\}.$$

Esercizio 8

Si consideri la curva di $\mathbb{R}^3$, $\Gamma = \{(x, y, z) \mid z = x^2 + y^2,\ x + y + z = 0\}$. Provare che Γ esiste e trovarne la retta tangente in ogni suo punto.

Esercizio 9

Dati i due insiemi

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^5 y - y^2\sqrt{z} = -2\}, \qquad \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \log(x + y + z) + x^2 \sin(y + z)\},$$

dire se in un intorno del punto $(1, -1, 1)$, la loro intersezione definisce una curva e in tal caso scrivere l'equazione della retta tangente a tale curva.