

CdL in Matematica - A.A. 2017-2018

Compito di Analisi Matematica B

11 settembre 2018

Esercizio 1

Studiare la continuità, l'esistenza di entrambe le derivate parziali e la differenziabilità in \mathbb{R}^2 della seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \sin \frac{1}{xy} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } y \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \text{ o } y = 0. \end{cases}$$

Esercizio 2

Verificare il teorema di Stokes per il campo vettoriale $F(x, y, z) = x + y + z$ e la superficie Σ data da

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y^2 + z^2, 2 \leq x \leq 4\}$$

Esercizio 3

Data la seguente successione di funzioni,

$$f_n(x) = \log \left(1 + \frac{x^{4n}}{n^4} \right), \quad x \in \mathbb{R},$$

dire su quali intervalli $[a, b]$ vale

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b f_n(x) dx = \int_a^b \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x).$$

Esercizio 4

Sia Γ il luogo di punti $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ che verificano le condizioni

$$\begin{cases} x \sin y + \arctan z + x \cos y = 0 \\ \log(1 + \sin x) + e^{y-z} + \cos z - 2 = 0 \end{cases}$$

Verificare che si può scrivere Γ , in un intorno dell'origine, nella forma $y = y(x)$, $z = z(x)$ ed esprimere tale parametrizzazione al primo ed al secondo ordine nell'intorno di $(0, 0, 0)$. Qual è il vettore tangente alla curva $x = t$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, in $t = 0$?