

# CdL in Matematica - A.A. 2017-2018

## Compito di Analisi Matematica B

17 gennaio 2018

### Esercizio 1

Data la seguente funzione definita in  $\mathbb{R}^2$  da

$$f(x, y) = |x - y| \arctan(x^2 + y^2),$$

- 1a) Dire se la funzione è continua in  $\mathbb{R}^2$ .
- 1b) Studiare l'esistenza delle derivate parziali in  $\mathbb{R}^2$ .
- 1c) Studiare la differenziabilità in  $\mathbb{R}^2$ .

### Esercizio 2

Dato il campo vettoriale  $F(x, y, z) = (x, y, z)$ , calcolare il flusso del campo  $F$  attraverso la superficie  $\Sigma$  e la circuitazione di  $F$  su  $\partial^+\Sigma$ , dove

$$\Sigma = \{(x, y, z) \mid x = y^2 + z^2, 0 \leq x \leq 1\}.$$

### Esercizio 3

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni,

$$f_n(x) = \arctan(1 + e^{nx}), \quad x \in \mathbb{R}.$$

### Esercizio 4

Sia  $\Gamma$  il luogo di punti  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  che verificano le condizioni

$$\begin{cases} \log(1 + z) + \sin(x^2) + x + z^2 + \arctan(xz) = 0 \\ \cos z - 2 + \sin(2x + y) + e^{x^2+z} = 0 \end{cases}$$

Verificare che si può scrivere  $\Gamma$ , in un intorno dell'origine, nella forma  $y = y(x)$ ,  $z = z(x)$  ed esprimere tale parametrizzazione al primo ed al secondo ordine nell'intorno di  $(0, 0, 0)$ . Il vettore  $v = (1, 1, 1)$  è ortogonale al vettore tangente alla curva  $x = t$ ,  $y = y(t)$ ,  $z = z(t)$ , in  $t = 0$ ?