

CdL in Matematica - A.A. 2017-2018

Compito di Analisi Matematica B

17 gennaio 2018

Esercizio 1

Data la seguente funzione definita in \mathbb{R}^2 da

$$f(x, y) = |x - y| \arctan(x^2 + y^2),$$

- 1a) Dire se la funzione è continua in \mathbb{R}^2 .
- 1b) Studiare l'esistenza delle derivate parziali in \mathbb{R}^2 .
- 1c) Studiare la differenziabilità in \mathbb{R}^2 .

Esercizio 2

Dato il campo vettoriale $F(x, y, z) = (x, y, z)$, calcolare il flusso del campo F attraverso la superficie Σ e la circuitazione di F su $\partial^+\Sigma$, dove

$$\Sigma = \{(x, y, z) \mid x = y^2 + z^2, 0 \leq x \leq 1\}.$$

Esercizio 3

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni,

$$f_n(x) = \arctan(1 + e^{nx}), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 4

Sia Γ il luogo di punti $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ che verificano le condizioni

$$\begin{cases} \log(1 + z) + \sin(x^2) + x + z^2 + \arctan(xz) = 0 \\ \cos z - 2 + \sin(2x + y) + e^{x^2+z} = 0 \end{cases}$$

Verificare che si può scrivere Γ , in un intorno dell'origine, nella forma $y = y(x)$, $z = z(x)$ ed esprimere tale parametrizzazione al primo ed al secondo ordine nell'intorno di $(0, 0, 0)$. Il vettore $v = (1, 1, 1)$ è ortogonale al vettore tangente alla curva $x = t$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, in $t = 0$?