

CdL in Fisica - A.A. 2017-2018
Compito di Analisi Matematica 2

19 giugno 2018

Esercizio 1

Studiare la continuità, l'esistenza di entrambe le derivate parziali e la differenziabilità in \mathbb{R}^2 della seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \log |x - y^2| & \text{se } x \neq y^2 \\ 0 & \text{se } x = y^2. \end{cases}$$

Esercizio 2

Data il seguente campo vettoriale,

$$F(x, y, z) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \log z \right),$$

calcolare

$$\int_{\gamma} F ds,$$

dove γ è la curva chiusa che parte dal punto $(1, 1, 1)$, gira 19 volte attorno all'asse z e torna in $(1, 1, 1)$.

Esercizio 3

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni,

$$f_n(x) = \sin(n^2 x) e^{-n^2 x}, \quad -\pi \leq x \leq \pi.$$

Esercizio 4

Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = \frac{(y - 1)^4}{t^2 + 1}.$$

- 4a) Risolvere il problema di Cauchy con $y(0) = 0$.
- 4b) Risolvere il problema di Cauchy con $y(0) = 1$.
- 4c) Dimostrare che tutte le soluzioni non costanti dell'equazione non presentano punti di massimo o di minimo relativo.