

CdL in Matematica - A.A. 2017-2018

Compito di Analisi Matematica B

19 giugno 2018

Esercizio 1

Studiare la continuità, l'esistenza di entrambe le derivate parziali e la differenziabilità in \mathbb{R}^2 della seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \log |x - y^2| & \text{se } x \neq y^2 \\ 0 & \text{se } x = y^2. \end{cases}$$

Esercizio 2

Data la seguente forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy + \log z dz,$$

calcolare

$$\int_{\gamma} \omega ds,$$

dove γ è la curva chiusa che parte dal punto $(1, 1, 1)$, gira 19 volte attorno all'asse z e torna in $(1, 1, 1)$.

Esercizio 3

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni,

$$f_n(x) = \sin(n^2 x) e^{-n^2 x}, \quad -\pi \leq x \leq \pi.$$

Esercizio 4

Sia Γ il luogo di punti $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ che verificano le condizioni

$$\begin{cases} \log(1 + x + y + z) + \cos(z + y) + e^x - 2 = 0 \\ \arctan(zy) + \sin(z + y) + z \tan(xy) = 0 \end{cases}$$

Verificare che in un intorno dell'origine, si possono esplicitare due variabili in funzione della terza. Scrivere la relativa parametrizzazione al primo ed al secondo ordine nell'intorno di $(0, 0, 0)$.