

CdL in Fisica - A.A. 2017-2018
Compito di Analisi Matematica 2

20 febbraio 2018

Esercizio 1

Determinare i massimi e minimi relativi ed assoluti della funzione

$$f(x, y, z) = (x^2 + y^2)e^{1+x^2+y^2+z^2}$$

sull'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 \geq x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 1\} \cup \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1, 1 \leq z \leq 2\}.$$

Esercizio 2

Dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{4x^3}{x^4 + y^4}, \frac{4y^3}{x^4 + y^4} + x^2 \right),$$

calcolare $\int_{\gamma} F ds$, dove γ è la circonferenza di raggio uno e centrata nell'origine.

Esercizio 3

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni,

$$f_n(x) = \log \left(1 + \frac{n^2 x^2}{1 + n^4 x^4} \right), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 4

Si consideri la matrice A data da:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 2 & -\frac{1}{2} \\ \frac{12}{5} & \frac{4}{5} & 0 \end{pmatrix}$$

4a) Calcolare e^{At} , $t \in \mathbb{R}$.

4b) Risolvere il sistema

$$\begin{cases} \dot{X} = AX \\ X(0) = X^0 \end{cases}$$

dove $X^0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.