

# CdL in Matematica - A.A. 2017-2018

## Compito di Analisi Matematica B

20 febbraio 2018

### Esercizio 1

Determinare i massimi e minimi relativi ed assoluti della funzione

$$f(x, y, z) = (x^2 + y^2)e^{1+x^2+y^2+z^2}$$

sull'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 \geq x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 1\} \cup \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1, 1 \leq z \leq 2\}.$$

### Esercizio 2

Data la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{4x^3}{x^4 + y^4} dx + \left( \frac{4y^3}{x^4 + y^4} + x^2 \right) dy,$$

calcolare  $\int_{\gamma} \omega ds$ , dove  $\gamma$  è la circonferenza di raggio uno e centrata nell'origine.

### Esercizio 3

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni,

$$f_n(x) = \log \left( 1 + \frac{n^2 x^2}{1 + n^4 x^4} \right), \quad x \in \mathbb{R}.$$

### Esercizio 4

Data la seguente equazione

$$f(x, y, z) = \sin z + e^{xy} + \log \cos x + x \sin y - 1 = 0,$$

verificare che definisce in un intorno di  $(0, 0, 0)$  un'unica funzione  $z = g(x, y)$ . Inoltre

- scrivere lo sviluppo al primo e al secondo ordine di  $z = g(x, y)$ ,
- scrivere la matrice Hessiana di  $g(x, y)$  in  $(0, 0)$ ,
- stabilire se il punto  $(0, 0)$  è di massimo o di minimo per la funzione  $z = g(x, y)$ .