

# CdL in Matematica - A.A. 2017-2018

## Compito di Analisi Matematica B

24 luglio 2018

### Esercizio 1

Determinare i punti della curva  $4x^2 + 4y^2 = 1$  a minima distanza dal punto  $(1, 1)$ .

### Esercizio 2

Calcolare

$$\int_{\gamma} (x^2 - y)dx + (y^2 + x)dy,$$

dove  $\gamma$  è il triangolo di vertici  $(0, 0)$ ,  $(0, 4)$ ,  $(2, 2)$  percorso in senso antiorario.

### Esercizio 3

Determinare gli insiemi di convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni,

$$f_n(x) = \left(1 + \frac{1}{n^3}\right)^{x^{4n}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Dire in quali insiemi  $A$  vale la seguente identità

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_A f_n(x) dx = \int_A \left( \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) \right) dx.$$

### Esercizio 4

Data la seguente equazione

$$f(x, y, z) = 1 + y \sin x + \log \cos y - e^{x+y} + \sin z = 0,$$

verificare che definisce in un intorno di  $(0, 0, 0)$  un'unica funzione  $z = g(x, y)$ . Inoltre

- scrivere lo sviluppo al primo e al secondo ordine di  $z = g(x, y)$ ,
- scrivere la matrice Hessiana di  $g(x, y)$  in  $(0, 0)$ ,
- stabilire se il punto  $(0, 0)$  è di massimo o di minimo per la funzione  $z = g(x, y)$ .