CdL. in Matematica - A.A. 2017-2018

Terzo Parziale
di
Analisi Matematica B

9 gennaio 2018

Esercizio 1

Determinare massimi e minimi relativi ed assoluti della funzione

$$f(x, y, z) = z \log(1 + x^2 + y^2).$$

Esercizio 2

Sia Γ il luogo di punti $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ che verificano le condizioni

$$\begin{cases} \sin(2x + z) + e^{x^2+z} + \cos y - 2 = 0 \\ \arctan(xy) + \log(1 + y) + \sin(x^2) + x + y^2 = 0 \end{cases}$$

Verificare che si può scrivere Γ, in un intorno dell'origine, nella forma $y = y(x),\ z = z(x)$ ed esprimere tale parametrizzazione al primo ed al secondo ordine nell'intorno di $(0, 0, 0)$. Scrivere l'equazione del piano passante per $(0, 0, 0)$ ed ortogonale al vettore tangente alla curva $x = t$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, in $t = 0$.

Esercizio 3

Data la successione di funzioni:

$$f_n(x) = \frac{xn}{1 + xn}, \qquad x \geq 0,$$

3a) determinare gli insiemi di convergenza puntuale,

3b) determinare gli insiemi di convergenza uniforme,

3c) verificare se $\lim_{n\to+\infty} f_n'(x) = \frac{d}{dx} \lim_{n\to+\infty} f_n(x)$