

CdL in Fisica - A.A. 2019-2020
Compito di Analisi Matematica 2

3 luglio 2020

Esercizio 1

Determinare i massimi e minimi relativi ed assoluti della funzione

$$f(x, y, z) = \log(1 + x^2 + y^2 + z^2),$$

sull'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 - y, \quad y \geq 0\}.$$

Esercizio 2

Data la seguente forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = \frac{1}{x-2}dx + y \log(y^2 + z^2)dy + z \log(y^2 + z^2)dz.$$

- 2a) Determinare il dominio di ω e dire se è semplicemente connesso.
- 2b) Stabilire se ω è una forma differenziale esatta.
- 2c) Calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} \omega$, dove γ è la circonferenza intersezione tra la superficie sferica di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e il piano $z = y$.

Esercizio 3

Stabilire se il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -3t \sqrt[3]{y} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

ha soluzioni definite su tutto \mathbb{R} e in tal caso determinarle.

Esercizio 4

Determinare il raggio di convergenza della seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{3^n} z^n, \quad z \in \mathbb{C}$$

Studiarne poi la convergenza puntuale e uniforme.