

CdL in Matematica - A.A. 2019-2020

Compito di Analisi Matematica B

3 luglio 2020

Esercizio 1

Determinare i massimi e minimi relativi ed assoluti della funzione

$$f(x, y, z) = \log(1 + x^2 + y^2 + z^2),$$

sull'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 - y, \quad y \geq 0\}.$$

Esercizio 2

Data la seguente forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = \frac{1}{x-2}dx + y \log(y^2 + z^2)dy + z \log(y^2 + z^2)dz.$$

- 2a) Determinare il dominio di ω e dire se è semplicemente connesso.
- 2b) Stabilire se ω è una forma differenziale esatta.
- 2c) Calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} \omega$, dove γ è la circonferenza intersezione tra la superficie sferica di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e il piano $z = y$.

Esercizio 3

Studiare gli insiemi di convergenza puntuale ed uniforme della seguente successione di funzioni

$$f_n(x) = \left(1 + \frac{x^{2n}}{n}\right)^n, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 4

Si verifichi che l'equazione

$$f(x, y, z) = \arctan z + x^2 z + zy - e^x + 1 = 0,$$

definisce in un intorno del punto $(0, 0, 0)$ una funzione $g(y, z)$. Si scriva l'equazione del piano tangente in $(0, 0, 0)$ alla funzione g e la matrice Hessiana di g calcolata in $(0, 0, 0)$.