

CdL in Fisica - A.A. 2019-2020
Compito di Analisi Matematica 2

16 gennaio 2020

Esercizio 1

Data la seguente funzione definita in \mathbb{R}^2 da

$$f(x, y) = |x + y| \arctan |x|$$

- 1a) Dire se la funzione è continua in \mathbb{R}^2 .
- 1b) Studiare l'esistenza delle derivate parziali in \mathbb{R}^2 .
- 1c) Studiare la differenziabilità in \mathbb{R}^2 .

Esercizio 2

Dato il campo vettoriale $F(x, y, z) = (x, y, 0)$, calcolare il flusso di F e di $\operatorname{rot} F$ attraverso la superficie Σ definita da

$$\Sigma = \left\{ (x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1, -\frac{1}{2} \leq z \leq 0 \right\} \cup \left\{ (x, y, z) \mid (z - 1)^2 = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq \frac{1}{2} \right\}.$$

Esercizio 3

Studiare gli insiemi di convergenza puntuale ed uniforme della seguente successione di funzioni

$$f_n(x) = n^2 \log \left(1 + \frac{x}{n^2} \right), \quad x \geq 0, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Esercizio 4

Determinare la natura dei punti di equilibrio del seguente sistema dinamico

$$\begin{cases} \dot{x} = y - 2x + 3 \\ \dot{y} = y + x^2 \end{cases}$$

e disegnarne il ritratto di fase.