

CdL in Matematica - A.A. 2019-2020

Compito di Analisi Matematica B

17 luglio 2020

Esercizio 1

Studiare la continuità, l'esistenza delle derivate parziali, la differenziabilità in \mathbb{R}^2 della seguente funzione definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 e^y + y^3 e^x}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

Esercizio 2

Dato il campo vettoriale $F(x, y, z) = (z, x, y)$, verificare il Teorema di Stokes per la superficie Σ definita da

$$\Sigma = \left\{ (x, y, z) \mid (y+1)^2 = x^2 + z^2, -\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{1}{2} \right\}.$$

Esercizio 3

Studiare gli insiemi di convergenza puntuale ed uniforme della seguente successione di funzioni

$$f_n(x) = n^2 x e^{nx}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 4

Data la seguente equazione

$$f(x, y) = x^2 y + \sin y + e^{xy} + y + x e^y - 1 = 0,$$

4a) verificare che definisce in un intorno di $(0, 0)$ un'unica funzione $y = g(x)$,

4b) calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - \log(1+x)}{\arctan x + x^2}.$$