

CdL in Fisica - A.A. 2019-2020
Compito di Analisi Matematica 2

18 febbraio 2020

Esercizio 1

Determinare i massimi e minimi relativi ed assoluti della funzione

$$f(x, y, z) = (x^2 + y^2)e^z,$$

sull'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, -1 \leq z \leq 0\} \cup \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z - 1 \leq -x^2 - y^2, 0 \leq z \leq 1\}.$$

Esercizio 2

Dato il seguente campo vettoriale in \mathbb{R}^3

$$F(x, y, z) = \left(\tan x, \frac{y}{y^2 + z^2}, \frac{z}{y^2 + z^2} \right),$$

stabilire se esso è conservativo e calcolare

$$\int_{\gamma} F \cdot ds$$

dove γ è parametrizzata con $r(t) = (\sin(t), \cos(t), t(t - \pi))$ per $t \in [0, \pi]$.

Esercizio 3

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\sqrt{|y+1|}(t+1) \\ y(0) = -1. \end{cases}$$

In particolare, studiarne l'esistenza locale, l'esistenza globale, l'unicità locale, l'unicità globale. Se ciò ha senso, scrivere l'equazione di una soluzione di tale problema definita su tutto \mathbb{R} .

Esercizio 4

Sia data la serie di funzioni ($x \in \mathbb{R}$)

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{n^2}}{n^2}$$

1. Studiarne la convergenza puntuale.
2. Studiarne la convergenza uniforme.