CdL. in Matematica e in Fisica - A.A. 2019-2020

Primo Parziale
di
Analisi Matematica B e Analisi Matematica 2

9 Novembre 2018

Esercizio 1

Studiare la continuità, l'esistenza di entrambe le derivate parziali e la differenziabilità in $\mathbb{R}^2$ della seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} x|y-1|\log(x^2+y^2) & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Esercizio 2

Dato il seguente campo vettoriale

$$F(x,y) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2-1}} + x^2, \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2-1}} \right),$$

stabilire se è conservativo e calcolare il lavoro compiuto dal campo lungo la curva γ parametrizzata da $r(t) = (t, -t^2+4)$, $0 \leq t \leq 2$.

Esercizio 3

Siano

$$\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2 \leq 1, z \geq 0\} \cup \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid (z+1)^2 \geq x^2+y^2, -1 \leq z \leq 0\}$$

e

$$f(x,y,z) = e^z.$$

Dopo aver stabilito se la funzione f è integrabile su Ω, calcolare

$$\iiint_\Omega f(x,y,z)\,dxdydz.$$