

Corso di Laurea in Fisica - A.A. 2006-2007

Prova di recupero di Analisi Matematica C

10 Luglio 2007

Esercizio 1

Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità in $\mathbb{R}^2$ della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 y)}{x^2 y} & x \neq 0 \text{ e } y \neq 0 \\ 1 & x = 0 \text{ o } y = 0 \end{cases}.$$

Esercizio 2

Data la funzione $f(x, y, z) = x + y + z$, determinare i suoi punti di massimo e di minimo relativo e assoluti sull'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, (z-1)^2 \geq x^2 + y^2\}.$$

Suggerimento: è possibile risparmiare parecchi calcoli ricordando il significato geometrico dei moltiplicatori di Lagrange.

Esercizio 3

Dato il campo vettoriale $F(x, y, z) = (y^2 \cos(xz), x^3 e^{yz}, -e^{-xyz})$, calcolare il flusso di $\text{rot} F$ attraverso la superficie $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 8, z \geq 0\}$.

Esercizio 4

Data la forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = \left(2x \log z + \frac{2x}{x^2 + y^2} \right) dx + \frac{2y}{x^2 + y^2} dy + \frac{x^2}{z} dz$$

- Determinare il dominio di definizione di ω
- Dire se ω è una forma differenziale esatta nel dominio trovato precedentemente e in tal caso calcolare una primitiva per ω .