

Corso di Laurea in Fisica - A.A. 2006-2007

Prova di recupero di Analisi Matematica C

19 Luglio 2007

Esercizio 1

Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità in \mathbb{R}^2 della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 y)}{x^2 y} & x \neq 0 \text{ e } y \neq 0 \\ 1 & x = 0 \text{ o } y = 0 \end{cases}.$$

Esercizio 2

Data la funzione $f(x, y) = xe^{x^2+y^2-2x}$, determinare i suoi punti di massimo e di minimo assoluti sull'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 1, 0 \leq y \leq 1, (x-1)^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Esercizio 3

Dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (xy, -\frac{1}{2}y^2, z),$$

calcolare il flusso di F attraverso la superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 2, 1 \leq z \leq 2\} \cup \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 1\}.$$

Esercizio 4

Data il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{e^x}{2y+1} + 1, \frac{2(1-e^x)}{(2y+1)^2} \right),$$

calcolare il lavoro compiuto da F lungo la curva

$$\gamma(t) = (\cos t, 2 \sin t), \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$