

Corso di Laurea in Fisica - A.A. 2006-2007

Prova finale di Analisi Matematica C

19 Dicembre 2006

Esercizio 1

Studiare la continuità, derivabilità e differenziabilità in $\mathbb{R}^2$ della seguente funzione:

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \arctan x$$

Dire se esiste $\lim_{\|(x,y)\| \rightarrow \infty} f(x, y)$ e in tal caso calcolarlo.

Esercizio 2

Trovare il massimo e il minimo assoluto della funzione

$$f(x, y, z) = \log(2 - x^2 - y^2) + x^2 + y^2 + z^2$$

nel dominio $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, x^2 + y^2 \leq 1, z \geq 0\}$.

Esercizio 3

Verificare il teorema della divergenza per il campo vettoriale $F(x, y, z) = (0, 0, z^2)$ e il dominio $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$.

Esercizio 4

Dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}, z^3 \right)$$

Determinare il dominio di definizione di $F(x, y, z)$. Stabilire se $F(x, y, z)$ è irrotazionale e conservativo, in tal caso trovare un potenziale. Calcolare la circuitazione di $F(x, y, z)$ lungo il bordo della superficie Σ data da

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 - 6y + z^2 + 8 = 0, z \geq 0\}$$

Istruzioni

Indicare sul foglio del compito: nome, cognome, DATA ESAME ORALE.