Corso di Laurea in Fisica - A.A. 2006-2007
Prova di recupero di Analisi Matematica C

25 Settembre 2007

Esercizio 1

Studiare la continuità, derivabilità e differenziabilità in $\mathbb{R}^2$ della seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \arctan \dfrac{1}{(xy)^2} & x \neq 0 \text{ e } y \neq 0 \\ \dfrac{\pi}{2} & x = 0 \text{ o } y = 0. \end{cases}$$

(*Suggerimento: è utile usare la seguente identità trigonometrica* $\arctan \frac{1}{t} + \arctan t = \frac{\pi}{2}$.)

Esercizio 2

Data la funzione $f(x,y,z) = x + y + z$, determinare i suoi punti di massimo e di minimo assoluti sull'insieme

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z \geq x^2 + y^2,\ 0 \leq z \leq 1\}.$$

Esercizio 3

Verificare il teorema della divergenza per il campo vettoriale $F(x,y,z) = (x^2, y^2, 0)$ e il dominio $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1,\ z \geq 0\}$.

Esercizio 4

Si consideri l'equazione

$$f(x,y) = x^2y + y - 2xy + x^2 - x + \sin(xy - x) + 3(e^{y-1} - 1) = 0$$

a) Verificare che in un intorno del punto $(1,1)$ l'equazione $f(x,y) = 0$ definisce implicitamente una funzione $y = g(x)$.

b) Calcolare
$$\lim_{x \to 1} \frac{e^{x-1} - 1}{g(x) - 1}.$$