

ESAME DI E.F.M 25/6/2013

1) Si trovi la soluzione del seguente problema bidimensionale (con ρ e θ si indicano le coordinate polari)

$$\begin{cases} \Delta u = 0 & 1 < \rho < 2, \\ u = \sin \theta & \rho = 1, \\ u = 3 \cos \theta & \rho = 2. \end{cases}$$

Si determini inoltre $\max_{1 \leq \rho \leq 2} u$.

2) Si determini la soluzione del seguente problema

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0 & x \in (0, 1), t \in (0, T), \\ u(0, t) = 1, u(1, t) = e^{-t} \\ u(x, 0) = 1 & x \in (0, 1) \end{cases}$$

Si determinino inoltre $\max_{(x,t) \in [0,1] \times [0,T]} u(x, t)$ e $\lim_{T \rightarrow +\infty} u(x, T)$.

3) Si determini la soluzione del seguente problema

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = xt & x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+ \\ u(x, 0) = \cos x & x \in \mathbb{R} \\ u_t(x, 0) = e^{-|x|} & x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

4) Si determinino i valori di x_1 per i quali e' possibile trovare una soluzione locale utilizzando il metodo delle caratteristiche del seguente problema, e la si calcoli

$$\begin{cases} x_1 u_{x_1} + x_1 x_2 u_{x_2} = u x_1 x_2 & x_1, x_2 \in \mathbb{R} \\ u(x_1, 1) = x_1 \end{cases}$$