PROVA DI PROBABILITÁ E STATISTICA(Novembre 2005)

1) Siano date due urne A e B. L'urna A contiene 3 palline rosse e 2 bianche. L'urna B contiene 2 palline rosse ed 1 bianca.

• Si estrae una pallina dall'urna A e la si inserisce nell'urna B. Successivamente si estrae una pallina dall'urna B. Calcolare la probabilitá che la pallina estratta dall'urna B sia rossa. Calcolare la probabilitá che la pallina inserita nell'urna B sia rossa condizionata al fatto che la pallina estratta dall'urna B e' bianca. Calcolare la probabilitá che la pallina inserita nell'urna B e la pallina estratta dall'urna B abbiano lo stesso colore.

• Si estraggono una pallina dall'urna A ed una dall'urna B. Calcolare la probabilitá che abbiano lo stesso colore. Si ripete successivamente questa operazione reimmettendo dopo ogni estrazione le palline nelle rispettive urne fino alla prima volta che si estraggono palline di colore uguale. Si consideri la variabile casuale $N =$"Numero di estrazioni fatte". Determinare la distribuzione della variabile casuale N (Immagine e densitá discreta) ed il suo valore medio.

• Si considerino 2 palline rosse e per ognuna di queste, indipendentemente dall'altra, si lanci una moneta onesta. Se il risultato del lancio e' testa la pallina viene inserita nellurna A, se e' croce nell'urna B. Determinare la distribuzione (immagine e densitá discreta) della variabile casuale $R =$"Numero di palline rosse contenute in B". Successivamente si estrae una pallina dall'urna B. Calcolare la probabilitá che la pallina estratta sia rossa.

2) Si considerino le variabili casuali X ed Y la cui distribuzione congiunta e' descritta dalla seguente tabella:

$Y \setminus X$	0	1
-1	$3/5$	$1/5$
1	$1/5$	0

Calcolare le densitá discrete marginali delle variabili casuali X ed Y. Dire se sono indipendenti. Calcolare $E(X)$, $E(Y)$, $Var(X)$, $Var(Y)$. Calcolare $E(7X + 3Y)$. Determinare la distribuzione (immagine e densitá discreta) della variabile aleatoria $Z = 2XY$. Determinare la distribuzione (immagine e densitá discreta) della variabile aleatoria $M = \max\{X, Y\}$. Siano X_i variabili casuali i.i.d tutte aventi la stessa distribuzione di X, determinare distribuzione e varianza della variabile casuale $W = X_1 + \cdots + X_n$.