

PROGRAMMA DI EQUAZIONI DELLA FISICA-MATEMATICA

A.A. 2012-2013 (9 cfu)

Richiami di matematica generale (solo enunciati): richiami di integrazione multidimensionale, integrali di superficie, coordinate polari, Teorema di Gauss-Green, integrazione per parti, mollificatori, Teorema della funzione inversa, teorema della funzione implicita, cenni alle serie di Fourier ed alla loro convergenza. Esempi ed esercizi.

Equazione di Laplace: una derivazione euristica dell'equazione di Laplace, leggi di Fick Fourier ed Ohm, il potenziale elettrostatico, soluzione fondamentale, l'Equazione di Poisson e sua soluzione, l'equazione di Laplace discreta, equazione di Laplace e funzioni complesse analitiche, teorema della media e suo inverso, principio del massimo e massimo forte, unicità del problema con condizioni al bordo di Dirichlet, il problema di Neumann, regolarità delle funzioni armoniche, stime locali sulle derivate, il Teorema di Liouville, la disuguaglianza di Harnack, funzioni di Green e loro proprietà, rappresentazione di soluzioni tramite le funzioni di Green, la funzione di Green per il semispazio e per una palla, tecniche energetiche, unicità rivista, il principio di Dirichlet, il laplaciano in coordinate polari, il metodo di separazione di variabili, soluzioni in serie di Fourier, il problema interno ed il problema esterno. Esempi ed esercizi.

Equazione del calore: una derivazione euristica dell'equazione del calore, equazione del calore e passeggiate aleatorie, soluzione fondamentale e sue proprietà, il problema di Cauchy e sua soluzione, velocità di propagazione infinita, equazione non omogenea e principio di Duhamel, formula del valor medio, principio del massimo e del massimo forte, unicità della soluzione in domini limitati, il principio del massimo per il problema di Cauchy, unicità per il problema di Cauchy, cenni alla regolarità delle soluzioni, unicità con tecniche energetiche, unicità per il problema retrogrado, il metodo di separazioni di variabili, soluzioni in serie di Fourier, una sbarretta in contatto termico con sorgenti al bordo. Esempi ed esercizi.

Equazione delle onde: equazione delle onde da una catena di oscillatori, equazioni di Maxwell nel vuoto e loro relazione con l'equazione delle onde, il caso unidimensionale, la formula di D'Alembert, soluzioni tramite riflessioni, equipartizione dell'energia, medie sferiche, l'equazione di Eulero-Poisson-Darboux, soluzione dell'equazione delle onde in dimensione 3, la formula di Kirchoff, il metodo della discesa, soluzione dell'equazione delle onde in dimensione 2, la formula di Poisson, equazione delle onde non omogenea, principio di Duhamel, unicità della soluzione in un dominio limitato, velocità di propagazione finita, il metodo di separazione di variabili, soluzioni in serie di Fourier, una corda oscillante con estremi vincolati. Esempi ed esercizi.

Equazioni del primo ordine: le equazioni caratteristiche, esempi le equazioni lineari, le equazioni quasilineari, le equazioni non lineari, soluzioni locali con il metodo delle caratteristiche, condizioni al bordo compatibili, condizioni al bordo non caratteristiche, l'equazione di continuità, leggi di conservazione e loro soluzione tramite le caratteristiche, l'equazione di Burgers, shocks e onde di rarefazione, l'equazione di Hamilton-Jacobi e le equazioni di Hamilton. Esempi ed esercizi.

Tecniche risolutive: il metodo di separazione di variabili, soluzioni in termini di onde esponenziali piane complesse, l'utilizzo delle simmetrie. Esempi ed esercizi.