

Domanda 2

[2+5 punti]

(i) Enunciare il teorema degli zeri.

(ii) Mostrare che la funzione $f(x) = x - \cos^2(x)$ ammette uno zero positivo.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Esercizio 1

[4 punti]

Sia $A = \{-1, 0, 10^{-3}\} \cup \{-\frac{1}{\ln(n)} : n \in \mathbb{N}, n \geq 2\}$. Allora l'estremo inferiore di A

a non esiste

b vale -1

c vale $-\log_2 e$

d vale 0.001

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$ tale che $f(0) = f(1) = 0$, $f'(0) < 0$ e $f'(1) < 0$. Allora

a esiste $\alpha \in (0, 1)$ tale che $f(\alpha) = 0$

b esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $f'(\alpha) \geq 1$

c l'equazione $f'(x) = 0$ ha un'unica soluzione x in $(0, 1)$

d $f(x) = 0$ per ogni $x \in (0, 1)$

Risoluzione

Esercizio 3

[5 punti]

Trovare $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x^3 + \sinh^2(x))^{-2}}{x^\alpha}$$

esiste finito ed è diverso da zero.

Risoluzione
