Università degli Studi di L'Aquila
Facoltà di Ingegneria

26.7. 2004

Analisi Matematica 1 (A.A. 2003/2004)

Docenti: Fabio Camilli, Klaus Engel

Corsi di Laurea in Ingegneria Ambiente e Territorio, Chimica, Civile, Elettrica, Elettronica, Informatica–Automatica, Meccanica e Telecomunicazioni

Scritto A

durata della prova: 1 ora e 30 minuti

Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** ....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
Σ	

Prima di iniziare leggere le istruzioni in fondo all'ultima pagina

Domanda 1

[4+3 punti]

(i) Dare la definizione di limite $\lim_{x \to x_0} f(x) = l$ per x_0, $l \in \mathbb{R}$.

(ii) Fare un esempio di funzione limitata, che *non* ammette limite in $x = 0$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[3+4 punti]

(i) Enunciare il Teorema di Weierstrass.

(ii) Provare che se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è continua e $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0 = \lim_{x \to -\infty} f(x)$, allora f è limitata.

Risposta

Esercizio 1

[4 punti]

Sia $a_n := (-1)^n \frac{n}{n+1}$. Allora,

- $\boxed{\text{a}}$ $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge
- $\boxed{\text{b}}$ $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ non è limitata
- $\boxed{\text{c}}$ $\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, m \in \mathbb{N}$ t.c. $a_m > 1 - \varepsilon$
- $\boxed{\text{d}}$ $\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, n_0 \in \mathbb{N}$ t.c. $1 \leq a_n \leq 1 + \varepsilon\ \forall\, n > n_0$

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Sia $f(x) = x^6 + 6x + 1$ e $p(x)$ il suo polinomio di Taylor di ordine 8 centrato in $x_0 = 0$.
Allora, $p(-1)$ vale

- $\boxed{\text{a}}$ 4
- $\boxed{\text{b}}$ 1
- $\boxed{\text{c}}$ -4
- $\boxed{\text{d}}$ 0

Risoluzione

Esercizio 3

[5 punti]

Sia f definita come

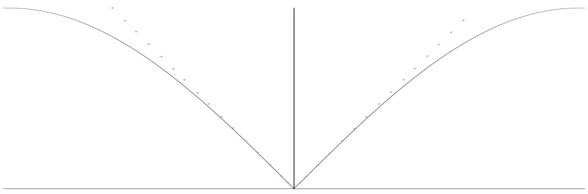
$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x}-1}{x} & \text{se } x < 0, \\ \frac{x^2}{2} + \frac{x}{\alpha} + 1 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

Per quale valore di $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, f è derivabile?

Risoluzione

Esercizio 4 **[5 punti]**

Sia $f(x) = \left|\sin(x)\right|^{\alpha}$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Per quale valore di α il grafico di f è dato da



Risoluzione

Regole per sostenere l'esame

- Si può entrare in aula solamente con penna, matita, gomma, ... e libretto universitario (o documento di riconoscimento). In particolare, non si possono portare appunti, libri, calcolatrice e cellulare.
- **Il compito viene corretto solo se la risposta alla domanda 1 è esauriente**.
- Il punteggio minimo per superare la prova è **18**.