

Analisi Matematica 1: Compito di prova, II-parte

Domanda 1

- (i) Dare la definizione di punto di accumulazione per un insieme $D \subset \mathbb{R}$.
- (ii) Dare la definizione di $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$.

Domanda 2

- (i) Enunciare la formula di Taylor con il resto di Lagrange.
- (ii) Calcolare il polinomio di McLaurin di ordine 5 di $f(x) = \ln(1 + x \cdot \sin(x))$.

Esercizio 1

Sia $f \in C(\mathbb{R})$ tale che $(x - 1) \cdot f(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Allora

- | | | | |
|----------------------------|-------------------------------|----------------------------|-------------------|
| <input type="checkbox"/> a | f é derivabile in $x_0 = 1$ | <input type="checkbox"/> b | f é decrescente |
| <input type="checkbox"/> c | $f(x) = 1 - x$ | <input type="checkbox"/> d | $f(1) = 0$. |

Esercizio 2

Sia $f \in C^1(a, b)$ strettamente crescente e sia $m = \inf\{f(s) : s \in (a, b)\}$, $M = \sup\{f(s) : s \in (a, b)\}$. Allora

- | | | | |
|----------------------------|--|----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> a | $f'(x) > 0$ in (a, b) | <input type="checkbox"/> b | $f : (a, b) \rightarrow (m, M)$ é biettiva |
| <input type="checkbox"/> c | $f : (a, b) \rightarrow [m, M]$ é suriettiva | <input type="checkbox"/> d | Se esiste $c \in (a, b)$ tale che $f'(c) = 0$, allora $f(a) = f(b)$. |

Esercizio 3

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sinh(x)} - \cosh(x) - x}{\sin(x) \cdot (1 - \cos(3x))}$$

Esercizio 4

Provare che la funzione $f(x) = 2x^2 + \ln(x)$ é invertibile da $(0, +\infty)$ in \mathbb{R} e calcolare $(f^{-1})'(2)$.

Esercizio 5

Disegnare il grafico della funzione $f(x) = |x| \cdot e^x + 2$