Analisi Matematica 1, Scritto 3-A. Durata della prova: 2 ore **10.2.09**

Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** ....

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di derivata direzionale per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Enunciare il Teorema del gradiente.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Enunciare con le opportune ipotesi la formula di integrazione per parti.

(ii) Risolvere per parti l'integrale $\displaystyle\int_1^e x \cdot \ln(x)\, dx$

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione limitata. Se inoltre f è continua in $(0, 1)$, allora

- $\boxed{\text{a}}$ esiste $c \in (0,1)$ tale che $f(c) = 0$
- $\boxed{\text{b}}$ f é integrabile in $[0, 1]$
- $\boxed{\text{c}}$ f non ammette massimo in $(0, 1)$
- $\boxed{\text{d}}$ f ammette minimo in $[0, 1]$

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $f(x, y) = \ln\left(\frac{x}{y}\right)$. Allora f_{xy} é

- $\boxed{\text{a}}$ 0
- $\boxed{\text{b}}$ $\dfrac{1}{x}$
- $\boxed{\text{c}}$ $-\dfrac{1}{y^2}$
- $\boxed{\text{d}}$ $\dfrac{1}{xy}$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Sia $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ una serie a termini positivi. Dire quale delle seguenti affermazioni é vera:

- $\boxed{\text{a}}$ Se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge allora $\sum_{n=1}^{\infty}(1 + a_n)$ converge
- $\boxed{\text{c}}$ Se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge allora $\sum_{n=1}^{\infty} \cos(a_n)$ diverge
- $\boxed{\text{b}}$ Se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge allora $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + a_n)$ converge
- $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti é corretta

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+2x)\big(1+\sin(2x)\big)-2x}{1-\cos(x)}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Trovare i punti critici di di $f(x,y)=e^{x^2+4x-y^2}$ e classificarli.

Risoluzione

Esercizio 6 **[4 punti]**

Calcolare gli zeri, estremi locali e asintoti di $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione