

-
- Consegnare solo la scansione della bella copia in un unico file .pdf
 - Scrivere su ogni foglio Nome, Cognome e Matricola e firmare la prima pagina.
 - Per ritirarsi consegnare un foglio con Nome, Cognome e Matricola e la scritta “ritirata/o”.
 - Non è consentito usare calcolatrici, libri o appunti.
-

Domanda 1**[4 punti]**

(i) Enunciare il criterio della radice per una serie numerica.

(ii) Studiare la convergenza della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{2+3n}{5+7n}\right)^{11n}$

Domanda 2**[4 punti]**

(i) Dare la definizione di derivabilità nel punto $x_0 \in \mathbb{R}$ per una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

(ii) Studiare la derivabilità della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x| \cdot \sqrt[3]{x}$ nel punto $x_0 = 0$.

Esercizio 1**[5 punti]**

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin(x) - \ln(1+x^2)}{x^4}$$

Esercizio 2**[5 punti]**

Calcolare, se converge, l'integrale improprio

$$\int_0^1 (1+x) \cdot \ln(x) dx$$

Esercizio 3**[4 punti]**

Calcolare la derivata direzionale $D_v f(1, 2)$ per $f(x, y) = x \cdot y^2 + x^2 \cdot y$ e il versore $v = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

Esercizio 4**[4 punti]**

Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità in $(0, 0)$ della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{1 - \cos(xy)}{x^4 + y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Esercizio 5**[6 punti]**

Trovare il dominio, eventuali zeri, asintoti, intervalli di monotonia e punti di estremo locale della funzione $f(x) := e^{(x^3-3x)} - 1$ e tracciarne un grafico approssimativo.