Analisi Matematica 1, Scritto 1-B. Durata della prova: 2 ore **15.5.09**

Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** ....

Domanda 1 **[2+3 punti]**

(i) Dare la definizione di estremo superiore per un insieme $A \subset \mathbb{R}$

(ii) Fare un esempio di insieme limitato superiormente, che non ammetta massimo

Risposta

(i)________________________________

(ii)________________________________

Domanda 2 **[2+3 punti]**

(i) Enunciare il teorema sulla caratterizzazione dei punti critici di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ attraverso le derivate di ordine superiore

(ii) Fare un esempio di applicazione del teorema precedente

Risposta

(i)________________________________

(ii)________________________________

Esercizio 1

[3 punti]

Sia data la funzione $f(x) = 2x + \cos(x)$. Allora la derivata della funzione inversa $f^{-1}(y)$ nel punto $y = 2\pi - 1$ vale

$\boxed{\text{a}}$ $\dfrac{1}{\pi+1}$ $\boxed{\text{b}}$ $\dfrac{1}{2}$ $\boxed{\text{c}}$ 2 $\boxed{\text{d}}$ $+\infty$

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ una serie divergente a termini negativi. Allora

$\boxed{\text{a}}$ $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{a_n}$ converge

$\boxed{\text{b}}$ $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n \neq 0$

$\boxed{\text{c}}$ Per ogni $\varepsilon > 0$ esiste n tale $a_n < -\varepsilon$

$\boxed{\text{d}}$ esiste $\varepsilon > 0$ tale che $|\sin(a_n)| < \varepsilon$ per ogni n

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Sia h derivabile tale che $x \cdot h(x) = \int_0^x h(t)dt$, allora

$\boxed{\text{a}}$ $h(1) < 0$ $\boxed{\text{b}}$ $h'(1) = 0$ $\boxed{\text{c}}$ $h(1) > 0$ $\boxed{\text{d}}$ $h(1) - h(0) = 0$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^3 \frac{3x}{\sqrt{4-x}}\, dx$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Trovare i punti critici di di $f(x,y) = 200x^4 + 100y^5 - xy$ e classificarli

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Studiare la funzione $f(x) = \frac{x^3-1}{2x^3+5}$ tracciandone un grafico approssimativo

Risoluzione