

**Domanda 1****[4 punti]**

- (i) Dare la definizione di funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continua in  $x = 3$ .
- (ii) Disegnare il grafico di una funzione  $f : [2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  continua in  $x = 3$  e non continua in  $x = 4$ .

**Domanda 2****[4 punti]**

- (i) Enunciare il teorema di Lagrange.
- (ii) Calcolare i punti di Lagrange della funzione  $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) := x^3 + 3x + 1$ .

**Esercizio 1****[4 punti]**

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} 3^{-n} \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2+2}$$

**Esercizio 2****[5 punti]**

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2) - x \cdot \sin(x)}{e^{2x^2} - \cosh(2x)}$$

**Esercizio 3****[5 punti]**Calcolare il piano tangente in  $(2, -1)$  alla funzione  $f(x, y) = 2 + \sqrt{9 - x^3 \cdot y^2}$ **Esercizio 4****[4 punti]**Studiare la continuità in  $(0, 0)$  della funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{(1 - e^{2y}) \cdot \sinh(x^3)}{x^4 + 2y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

**Esercizio 5****[6 punti]**Disegnare l'insieme  $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq y \leq x\}$  e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_X \frac{x \cdot y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$$