Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **17.2.12**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** ..... **Canale:** A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[1+2 punti]

(i) Enunciare il teorema di Lagrange (detto anche del valor medio).

(ii) Dare un esempio di una funzione $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$, tale che il punto di Lagrange è unico e coincide con il punto medio dell'intervallo.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[3 punti]

Sia $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ una serie convergente a termini positivi. Allora

a $a_n \leq \dfrac{1}{n^2}$ definitivamente

b $a_n = \dfrac{1}{2^n}$

c la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{a_n}$ converge

d la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{1 + a_n}$ converge

Risposta

Esercizio 1 **[3 punti]**

Studiare la convergenza del seguente integrale improprio $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin\sqrt{x}}{1-\cos\sqrt{x}}\,dx$.

Risoluzione

Esercizio 2 **[4 punti]**

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\big(\cos(x)+\frac{1}{2}\sin^2(x)\big)}{(x\cdot e^x - x)^2}$$

Risoluzione

Esercizio 3

[3 punti]

Studiare la continuità e la differenziabilità in $(0,0)$ di $f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x-y^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Disegnare il dominio $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq y \leq \sqrt{x}\right\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D x^2 + y \, dx \, dy$$

Risoluzione

Esercizio 5 **[6 punti]**

Trovare dominio, eventuali simmetrie, zeri, punti di non derivabilità, di estremo locale ed asintoti della funzione $f(x) = \arctan \dfrac{x^2 + x}{x^2 + 1}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione