
Domanda 1

[4 punti]

- (i) Dare la definizione di derivata parziale $f_x(x, y)$ per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.
- (ii) Enunciare il teorema del gradiente.

Domanda 2

[4 punti]

- (i) Enunciare la Formula di Taylor con il resto di Peano.
- (ii) Calcolare il polinomio di Maclaurin di ordine 3 di $f(x) := x \cdot e^x$

Esercizio 1

[5 punti]

Determinare l'estremo inferiore, l'estremo superiore e, se esistono, il minimo e massimo dell'insieme

$$A = \left\{ \sqrt{n^2 + 2} - n : n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \right\}$$

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \sin(x) - x \cdot e^x}{x \cdot (1 - \cos(x))}$$

Esercizio 3

[4 punti]

Determinare gli estremi locali della funzione $f(x) := \frac{\ln(x^2)}{x}$ e classificarli.

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare il piano tangente al grafico della funzione $f(x, y) = \sqrt{\frac{x}{y}}$ nel punto $(x_0, y_0) = (4, 1)$.

Esercizio 5

[6 punti]

Disegnare l'insieme $X := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], x \leq y \leq \sqrt{x}\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_X 6xy \, dx \, dy$$