Analisi Matematica 1. Durata della prova: 2 ore **–A–** **20.1.26**

Cognome ..... **Nome** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea:** Ingegneria dell'Informazione

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Dare la definizione di derivata $f'(x_0)$ per una funzione $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ e $x_0 \in (a, b)$.

(ii) Studiare la derivabilità in $x_0 := 0$ della funzione $f(x) := \sin(x) \cdot \sqrt{|x|}$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare il teorema degli zeri..

(ii) Verificare che l'equazione $e^x = x^3 + 2x$ ammette una soluzione nell'intervallo $[0, 1]$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1 **[5 punti]**

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x \cdot e^x - \sin(x) - x^2}{\sinh(x^3)}$$

Risoluzione

Esercizio 2 **[5 punti]**

Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi^2} \cos\left(\sqrt{x}\right)\, dx$$

Risoluzione

Esercizio 3 **[4 punti]**

Calcolare la derivata direzionale $D_v f(1,2)$ per la funzione $f(x,y) := \dfrac{x \cdot y^2 + 2}{x+1}$ e il versore $v := (\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$.

Risoluzione

Esercizio 4 **[4 punti]**

Studiare la continuità, la derivabilità parziale e la differenziabilità in $(0,0)$ della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\cosh(y) - 1}{2x^2 + y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ \dfrac{1}{2} & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 5 **[6 punti]**

Trovare il dominio, eventuali zeri, asintoti e punti di estremo locale della funzione

$$f(x) = \left(2x^2 + 5x + 2\right) \cdot e^{-x}$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione