**Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore** **24.2.10**

**Cognome:** ................................ **Nome:** ........................................

**Matricola:** ........... **Corso di Laurea:** ................. **Canale:** $\boxed{\text{A}}$ $\boxed{\text{B}}$ $\boxed{\text{C}}$ $\boxed{\text{E-A}}$ $\boxed{\text{08/09}}$

# Domanda 1

**[3+2 punti]**

(i) Dare la definizione di punto di accumulazione per un insieme $D$ e descrivere i punti di accumulazione dell'insieme $(3, 5]$.

(ii) Dare la definizione di $\lim_{x \to 3} f(x) = 5$.

**Risposta**

(i)

(ii)

# Domanda 2

**[2+3 punti]**

(i) Dare la definizione di derivata $f'(x)$ per una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

(ii) Se $f : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è derivabile e $f'(x) = 0$ per ogni $x \in D$, allora $f$ è costante in $D$?

**Risposta**

(i)

(ii)

## Esercizio 1

**[3 punti]**

Sia $f \in C^1(a,b)$ tale che $f$ é strettamente monotona e siano $m := \inf_{(a,b)} f$, $M := \sup_{(a,b)} f$. Allora

$\boxed{\text{a}}$ $f'(x) > 0$ per ogni $x \in (a,b)$

$\boxed{\text{b}}$ $f : (a,b) \to [m, M]$ é suriettiva

$\boxed{\text{c}}$ $f : (a,b) \to (m, M)$ é biettiva

$\boxed{\text{d}}$ se esiste $c \in (a,b)$ con $f'(c) = 0$, allora $f(a) = f(b)$

### Risoluzione

## Esercizio 2

**[3 punti]**

Sia $a_n = (-1)^n \cdot (1 - e^{-n})$ . Allora

$\boxed{\text{a}}$ $\forall \epsilon > 0\ \exists n_0 \in \mathbb{N}$ tale che $|a_{n_0} - 1| < \epsilon$

$\boxed{\text{b}}$ $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge

$\boxed{\text{c}}$ $\forall \epsilon > 0\ \exists n_0 \in \mathbb{N}$ tale che $|a_n - 1| < \epsilon$ per ogni $n < n_0$

$\boxed{\text{d}}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge

### Risoluzione

## Esercizio 3

**[3 punti]**

La funzione $f(x) = x \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{x^\alpha}\right)$ é integrabile in senso improprio su $(1, +\infty)$

$\boxed{\text{a}}$ per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{b}}$ per $\alpha > 0$ $\boxed{\text{c}}$ $\alpha > 2$ $\boxed{\text{d}}$ per nessun $\alpha$

### Risoluzione

## Esercizio 4

**[4 punti]**

Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x^2)\cdot \ln^3(1+2x)}{(e^x-1)\cdot \big(1-\cos(x)\big)^2}$$

### Risoluzione

## Esercizio 5

**[4 punti]**

Trovare sup e inf di $f(x) = \frac{x^2}{\ln^2(x)}$ in $(0, +\infty)$.

### Risoluzione

## Esercizio 6

**[5 punti]**

Disegnare la regione $D$ del primo quadrante delimitata dalla retta $x + y = 5$ e dall'iperbole $xy = 4$ e calcolare $\iint_D xy \, dx \, dy$.

### Risoluzione