Analisi Matematica 1, Scritto 2-B. Durata della prova: 2 ore **27.1.09**

Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** ....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di integrabilità secondo Riemann di una funzione $f : [a, b] \to \mathbb{R}$.

(ii) Dire se la funzione $f(x) = |x|$ é integrabile in $[-1, 1]$

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Enunciare il Teorema di Rolle.

(ii) Mostrare con un esempio (anche grafico) che il teorema precedente non vale se f é solo continua in $[a, b)$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ tale che $f(b) \geq f(x)$ per ogni $x \in [a, b]$. Allora l'unica risposta sbagliata é

- $\boxed{\text{a}}$ Se f é derivabile in b, $f'(b) \geq 0$
- $\boxed{\text{b}}$ $\big(f(b) - f(a)\big) \cdot (b - a) \geq 0$
- $\boxed{\text{c}}$ $\lim_{x \to b^-} f(x) \leq f(b)$
- $\boxed{\text{d}}$ Se f é derivabile in b, $f'(b) = 0$

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $a_n = \begin{cases} \cos(n\pi), & n \text{ pari}; \\ 1 - 1/n, & n \text{ dispari}. \end{cases}$ Allora $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$

- $\boxed{\text{a}}$ è convergente
- $\boxed{\text{b}}$ è oscillante
- $\boxed{\text{c}}$ è divergente
- $\boxed{\text{d}}$ non è limitata inferiormente

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Sia $h(x) = f(x)^{g(x)}$. Allora h' vale

- $\boxed{\text{a}}$ $g(x) \cdot f(x)^{g(x)-1}$
- $\boxed{\text{b}}$ $g(x) \cdot f(x)^{g(x)-1} \cdot f'(x)$
- $\boxed{\text{c}}$ $h(x) \cdot \left(g'(x) \cdot \ln\big(f(x)\big) + \frac{g(x) \cdot f'(x)}{f(x)}\right)$
- $\boxed{\text{d}}$ $g(x) \cdot f(x)^{g(x)-1} \cdot g'(x)$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{1-\cos(x)} - \cosh(x)}{\sin(x^4)}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare

$$\int 2^x \arctan(2^x)\, dx$$

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Trovare i punti critici di $f(x, y) = 2x^3 - 2x^2 + 27y - y^3$ e classificarli.

Risoluzione