Analisi Matematica. Durata della prova: 2 ore **28.1.25**

Cognome ..... **Nome** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea:** Informatica

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Dare la definizione di convergenza di una serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ alla somma $s \in \mathbb{R}$.

(ii) Dare l'esempio di una serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ convergente alla somma $s = \sqrt{e}$.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare il Teorema di Weierstraß.

(ii) Dare l'esempio di una funzione continua $f : (0, 1) \to \mathbb{R}$ che non ammette estremi locali.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 - x \cdot e^x + \sin(x)}{x \cdot \big(1 - \cos(x)\big)}$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Trovare gli intervalli di monotonia e gli estremi locali della funzione $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ e classificarli.

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Calcolare la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = x \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right)$ nel punto $x_0 = e$.

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare la derivata direzionale $D_v f(2,1)$ per la funzione $f(x,y) = \dfrac{x+2y}{x-y}$ e il versore $v = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Risoluzione

Esercizio 5

[6 punti]

Disegnare il dominio $X = \left\{(x, y) : x - 1 \leq y \leq 1 - x^2\right\}$ e calcolare la sua misura $|X|$.

Risoluzione