Analisi Matematica 1. Durata della prova: 2 ore **28.7.14**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Dare la definizione di derivata parziale $f_y(x, y)$ per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Dire se esiste una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ che è continua ma non derivabile parzialmente rispetto ad y in $(0, 0)$. (Giustificare la risposta).

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[4 punti]

Sia $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(0) \cdot f(1) > 0$. Allora

- [a] $f(x) > 0$ per ogni $x \in [a, b]$
- [b] l'insieme $\{f(\sin(x)) : x \in [0, \pi]\}$ ammette minimo
- [c] f è costante
- [d] non esiste $c \in [0, 1]$ tale che $f(c) = 0$

(Giustificare la risposta)

Risposta

Esercizio 1

[4 punti]

Studiare il comportamento della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n}}$

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan\left(1 + \frac{\ln(x^2)}{\sqrt{x}}\right)$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Disegnare il dominio $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4,\ 0 \leq x \leq y\right\}$ e calcolare l'integrale

$$\iint_D x \, dx \, dy$$

Risoluzione

Esercizio 4

[5 punti]

Data $f(x, y) = x \cdot y$, trovare un versore $v \in \mathbb{R}^2$ tale che la derivata direzionale $D_v f(2, 1) = 0$.

Risoluzione

Esercizio 5

[7 punti]

Studiare la funzione $f(x) = \frac{x^2+4x+4}{3-x}$ (senza calcolare $f''(x)$) e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione